

一种新颖的图像多尺度几何变换及其应用

孙文方, 宋蓓蓓, 赵亦工

(西安电子科技大学电子工程学院, 710071, 西安)

摘要: 提出了一种新颖的图像多尺度几何变换方法, 主要由预处理、方向滤波器组 and 最优方向小波变换等组成. 方向滤波器组将预处理后的高频分量分解为多个方向子带, 然后每个方向子带执行改进的最优方向小波变换. 该变换兼有 Bandelet 变换和 Contourlet 变换的多尺度几何分析特性, 能更稀疏地表示边缘和纹理特征. 分别将 EBCOT 编码和硬阈值去噪应用到图像变换系数中, 从而实现了有效的图像压缩和去噪, 很好地保护了图像细节. 实验结果表明, 对于纹理和边缘丰富的图像, 所提出的图像压缩和去噪方法在视觉质量上明显优于基于 Bandelet 或 Contourlet 变换的方法, 峰值信噪比也提高了 0.1 dB 以上.

关键词: 方向小波变换; Contourlet 变换; Bandelet 变换

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)08-0982-04

Novel Image Multiscale Geometric Transform and Its Applications

Sun Wenfang, Song Beibei, Zhao Yigong

(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A novel image multiscale geometric transform method is proposed. It is composed of pre-processing, directional filterbank and optimized directional wavelet transform. After pre-processing the image, the high frequency components are decomposed into several directional subbands by directional filterbank, and the modified optimized-directional wavelet transform is performed for each directional subband. The transform has the characteristics of multiscale geometric analysis of both Bandelet and Contourlet transforms, and it represents the edges and texture features more sparsely. The EBCOT coder and hard-threshold denoising are applied to the transform coefficients individually so as to realize efficient image compression and denoising and preserve the image details well. The experiments show that the proposed image compression and denoising method can significantly outperform those that are based on Bandelet or Contourlet transform in visual quality for the images with abundant edges and texture, and the peak signal to noise ratio is also increased by more than 0.1 dB.

Keywords: directional wavelet transform; Contourlet transform; Bandelet transform

近年来, 脊波、Contourlet^[1-2]、Curvelet 和 Bandelet^[3-4]等多尺度几何分析工具相继产生, 它们具有多分辨率、局部性、方向性和各向异性等性质, 为表达图像几何信息提供了有效手段.

在 Contourlet 变换中, 方向滤波器组^[1,5]将同方向的不连续点连接成线结构, 形成奇异线. 这些奇

异线具有几何特征的空间分布, 但是它们仍然存在一定的相关冗余性, 而在 Bandelet 变换中, 虽然最优方向小波变换具有准确地追踪图像几何正则方向并较理想去除奇异线相关性的能力, 但是去除由二维小波变换所提取的图像奇异点相关性的能力有限. 本文结合方向滤波器组和改进的最优方向小波

变换,提出一种新颖的柔性多尺度几何变换.

1 新的多尺度几何变换

本文提出的变换的基本思想是在方向滤波器组的方向子带中执行最优方向小波变换,以达到进一步去除数据间相关性、获得更稀疏数据表示的目的,其结构如图1所示.预处理要求能对图像进行多分辨率分解以提取图像的奇异点,所得到的部分主要是图像的轮廓和边缘,它们包含较为简单的图像方向信息,具有明显的几何特征.方向滤波器组是为了把预处理后图像的奇异点连接成奇异线,使得每个方向子带内的边缘和纹理成分简单化.区域分割是采用不重叠的方块分割每个方向子带,其目的就是分割奇异线,以使分割块中的奇异线呈直线状分布.本文提出了改进的最优方向小波变换,它可有效稀疏地表示直线状的奇异线,后处理主要由应用而定,如编码或去噪等,预处理和方向滤波器组都是成熟的技术,文中不再赘述.

2 改进的最优方向小波变换

Peyre^[4]在第二代 Bandelet 变换中提出了最优方向小波变换方法,先沿给定方向重采样分割方块中的系数并一维排列,再执行一维的小波变换,但这种方法完全破坏了原来二维系数间的邻域特性,会降低基于上下文编码和基于邻域去噪的性能.为此,本文提出了基于图像倾斜操作的方向小波变换,以便直接在二维域执行一维方向小波变换,充分保留变换系数的邻域信息,同时给出了通过 Lagrange 率失真函数确定最优方向小波变换的方法.

2.1 基于图像倾斜操作的方向小波变换

二维离散域中的直线可用数字线^[6-7]方便地表示.一般认为在较小的方形区域中奇异线是沿数字线分布的^[3,6-7],如果在数字线上执行一维小波变换,必然可以去除奇异线的相关性.

在方形区域中,并行数字线上数据的数目不完全一样,给沿数字线的小波变换带来一定难度.本文提出了一种可逆的图像倾斜方法,能把任意方向并行的数字线倾斜到垂直或水平位置,无需插值操作,不改变图像大小,且保持了数据的邻域关系,以此为基础可方便有效地实现方向小波变换.

为了把 θ 方向的数字线倾斜到水平或垂直位置,先定义两个重采样矩阵

$$U_1(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \tan\theta & 1 \end{bmatrix}, |\theta| \leq \pi/4$$

$$U_2(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 1/\tan\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \pi/4 < |\theta| \leq \pi/2$$

以及重采样操作

$$y(n) = x(\langle U(\theta)n \rangle_N) \quad (1)$$

式中: $n = (i, j)^T$ 为坐标, $i, j = 0, \dots, N-1$; N 为图像 x 的尺寸; $U(\theta) \in \{U_1(\theta), U_2(\theta)\}$; $\langle \cdot \rangle_N$ 为图像倾斜算子.令 $t = U(\theta)n$, 则

$$\langle t \rangle_N = \text{round}(t) - \text{floor}(\text{round}(t)/N)N \quad (2)$$

式中: $\text{floor}(t)$ 为不大于 t 的最大整数; $\text{round}(t)$ 为最靠近 t 的整数.对于任意 $t \in \mathbf{R}$, $\langle t \rangle_N \in [0, N-1]$, 由公式(1)定义的重采样就是图像的倾斜操作,倾斜后的图像 y 和原始图像 x 大小一样.

结论 1 对于任意 $t \in \mathbf{R}$, 有 $\langle t \rangle_N = \langle \text{round}(t) \rangle_N$.

结论 2 对于任意 $t \in \mathbf{R}$, 有 $\langle t + N \rangle_N = \langle t \rangle_N$.

结论 3 对于任意 $t_1, t_2 \in \mathbf{R}$, 有 $\langle t_1 + \langle t_2 \rangle_N \rangle_N = \langle \text{round}(t_1) + \text{round}(t_2) \rangle_N$.

结论 4 假若定义 $M(\theta)n = \langle U(\theta)n \rangle_N$, 则 $M(-\theta) \cdot M(\theta)n = n$, 因此 $M(-\theta)$ 是 $M(\theta)$ 的逆变换, 也就是说倾斜操作是可逆的.

通过图像倾斜操作来实现 θ 方向小波变换的过程为: 把 $|\theta| \leq \pi/4$ (或 $\pi/4 < |\theta| \leq \pi/2$) 方向的平行数字线倾斜到水平(或垂直)位置, 然后沿水平(或垂直)方向执行一维小波变换.逆过程是先沿水平(或垂直)方向执行一维逆小波变换, 然后做与原来相反角度的图像倾斜.

2.2 最优方向搜索

上文给出了通过倾斜操作实现任意指定方向的小波变换方法, 而对于方向子带中每个分割方块的奇异线方向未知的情况, 一般可采用 Lagrange 逼近算法^[3-4]来搜索最优的奇异线方向并获得最优的方向小波变换.

2.2.1 用于图像压缩 在每个方形分割区域 Ω 中, 给定 $W+1$ 个搜索方向构成的集合 $\theta = \{\theta_i = -\pi/2 + i\pi/W, i = 0, 1, \dots, W-1, W \in \mathbf{N}\} \cup \{\theta_w = \infty\}$, 当 $\theta = \infty$ 时, 不进行方向小波变换, 否则通过倾斜操作执行 θ 方向小波变换. 采用 Lagrange 率失真

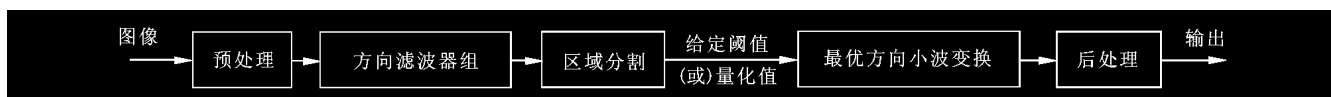


图1 本文的多尺度几何变换结构

函数来获得最优方向

$$\theta_{\text{opt}} = \arg \min_{\theta} (D_{\theta} + \lambda R_{\theta} T^2) \quad (3)$$

式中: $\theta_{\text{opt}} = \infty$ 时, 表示 Ω 区无显著奇异线; λ 为 Lagrange 乘子, 取 $\lambda = (\ln 2)/6^{[7]}$; D_{θ} 、 R_{θ} 分别为 θ 方向小波变换系数 X_{θ} 在量化步长 T 下的量化失真和编码输出比特数量, 并且 $R_{\theta} = R_{\theta,s} + R_{\theta,\text{dir}} + R_{\theta,c}$, 其中 $R_{\theta,s}$ 的值为 1 bit, $R_{\theta,\text{dir}}$ 为编码方向所需要的比特数, 它与 W 的大小有关, 且当 $\theta = \infty$ 时 $R_{\theta,\text{dir}} = 0$, 否则 $R_{\theta,\text{dir}} = \text{lb}W$, $R_{\theta,c}$ 是编码量化系数 $X_{\theta,T}$ 的比特数量估计^[3].

2.2.2 用于图像去噪 同样, 采用文献[3]的 Lagrange 逼近方法来获得最优方向 θ_{opt} 以及 θ_{opt} 方向的小波变换

$$\theta_{\text{opt}} = \arg \min_{\theta} (D_{\theta} + \lambda R_{\theta} \sigma^2) \quad (4)$$

式中: σ 为噪声标准差; $\lambda = \ln 2^{[3]}$; D_{θ} 、 R_{θ} 分别为 θ 方向小波变换系数 X_{θ} 的硬阈值去噪失真和去噪后系数的编码比特数量估计.

3 实验及分析

3.1 图像压缩

对 512×512 像素 8 bit 图像进行测试, 在图 1 所示的结构中, 预处理采用 9/7 提升小波^[8]对图像进行 6 层分解. 为了抑制由下采样造成的频率混叠效应, 方向滤波器组的滤波器由 7 阶最大平坦钻石

滤波器^[9]经过梅林变换并调制得到, 它只作用于小波分解的最高频率的 2 层小波子带, 按小波子带大小分别进行 3 级和 2 级方向分解. 为了减少方向信息编码总量, 采用 32×32 像素方块分割每个方向子带及剩余的尺度最大的 2 级小波高频子带, 并取 $W=8$. 后处理采用 EBCOT^[8]编码算法(编码块大小为 64×64 像素), 对量化后的数据无失真编码, 该结构流程记为 C1 算法. 同时, 还设计了 C2 算法, 即在 C1 算法中没有采用方向滤波器组.

图 2 分别给出了 C1 算法、C2 算法和 JPEG2000^[8]算法(6 层 9/7 提升小波分解, 编码块大小为 64×64 像素)对 Barbara、Zoneplate 和 City 图像压缩的性能曲线. 由于 Barbara 图像富含高频分量, 所以 C1 算法在低码率时性能最好. City 图像比较平滑, 所以 C1 算法在高码率时最好. Zoneplate 是人工图像, 纹理分明, 几何特征明显, 因此压缩性能有显著提高. C2 算法相对于 JPEG2000 算法性能提高平稳. 当 C1 和 C2 算法均采用文献[4]提出的最优方向小波时, 他们分别被记为 C3 和 C4 算法. 在相同实验条件下, C2 算法比 C4 算法压缩图像的峰值信噪比(R_{SN}^{p})值高 0.1 dB 以上, 同时 C1 算法比 C3 算法压缩图像的 R_{SN}^{p} 值也高 0.1 dB 以上.

图3给出了City图像在0.15 bit/像素码率压

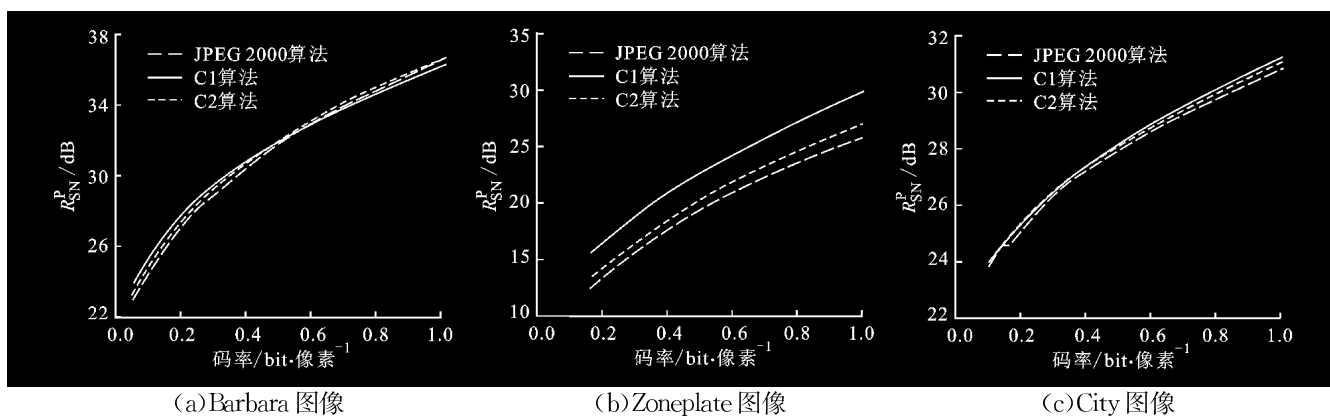


图2 3种算法的压缩性能曲线

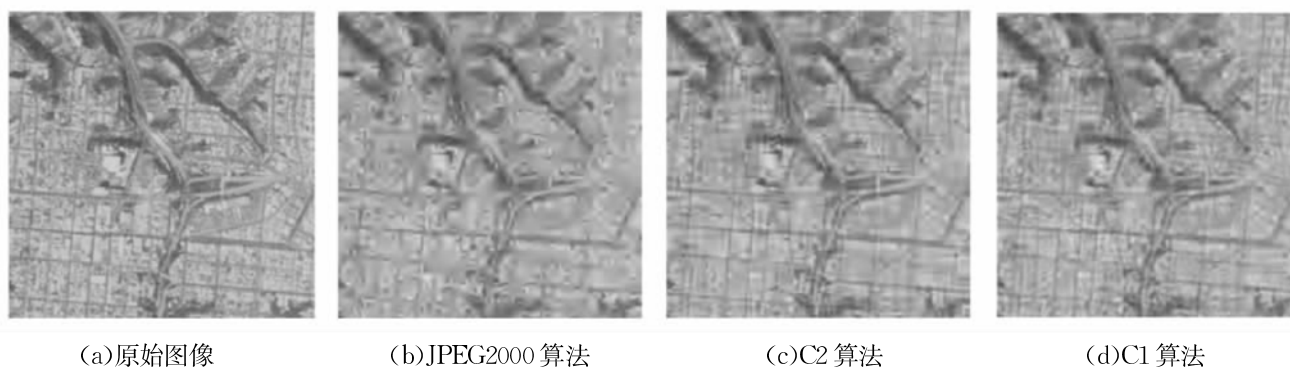


图3 City图像在码率0.15 bit/像素时的恢复图像

缩的恢复图像(局部图,右上 1/4 区域).在恢复图像的纹理区,C1 算法的主观视觉效果优于其他两者.

3.2 图像去噪

在图像去噪中,可以不用考虑变换的冗余性以及方向信息编码,所以图 1 结构的预处理有更灵活的选择,它可以是非冗余小波变换、平移不变小波变换或 LP 变换等,同时方向小波变换可以选择更多的搜索方向.测试中,预处理采用 9-7 小波^[1]进行 4

层 LP 变换,最高频 3 个子带分别做 4、3 和 2 级方向滤波分解.用 32×32 像素方块分割每个方向子带,取 $W=16$.后处理采用硬阈值去噪,阈值由“ 3σ 法则”确定 $T=3\sigma$.该结构流程称为 D1 算法,当省去最优方向小波变换时被记为 D2 算法,即基于 Contourlet 变换的硬阈值去噪算法.表 1 是不同噪声等级下的 4 幅图像处理结果比较,因此 D1 算法优于 D2 和经典的小波硬阈值去噪方法.

表 1 3 种算法去噪结果比较

σ	R_{SN}^P/dB											
	Goldhill 图像			Barbara 图像			Boat 图像			Lena 图像		
	小波去噪	D2 算法	D1 算法	小波去噪	D2 算法	D1 算法	小波去噪	D2 算法	D1 算法	小波去噪	D2 算法	D1 算法
10	30.16	30.13	30.29	29.87	30.28	30.74	30.95	31.00	31.17	32.32	32.30	32.48
20	27.22	27.34	27.66	25.82	26.65	27.24	27.43	27.61	27.83	28.90	29.12	29.32
30	25.67	25.88	26.26	23.83	24.69	25.30	25.54	25.75	26.00	26.98	27.36	27.62
40	24.70	24.94	25.33	22.70	23.35	24.01	24.32	24.55	24.83	25.69	26.11	26.35

4 结 论

本文提出了一种新颖的图像多尺度几何变换结构,满足多尺度几何变换的 4 条性质.当预处理为 LP 变换并省去最优方向小波变换时,就转化为 Contourlet 变换;当预处理为二维小波变换并省去方向滤波器组时,就类似于 Bandelet 变换.因此,本文变换方法兼有 Contourlet 和 Bandelet 变换的优点.采用图像倾斜操作来实现最优方向小波变换的方法比文献[4]更容易操作,更有利于图像处理.这个变换结构具有很大的通用性,通过选择合适的预处理和后处理可以实现更为广泛的图像应用,例如图像融合和图像增强等.

参考文献:

- [1] Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. IEEE Trans on Image Proc, 2005,14(12): 2091-2106.
- [2] Lu Y, Do M N. CRISP-contourlets: a critically sampled directional multiresolution image representation [C]// Proc SPIE Conf on Wavelets X. San Diego, USA: SPIE, 2003: 655-665.
- [3] Le P E, Mallat S. Sparse geometric image representation with bandelets [J]. IEEE Trans on Image Proc, 2005,14(4): 423-438.
- [4] Peyre G, Mallat S. Surface compression with geomet-

- ric bandelets [J]. ACM Trans on Graphics, 2005, 24 (3): 601-608.
- [5] Bamberger R H, Smith M J T. A filter bank for the directional decomposition of images: theory and design [J]. IEEE Trans on Signal Proc, 1992, 40(4): 882-893.
- [6] Velisavljevic V, Beferull-Lozano B, Vetterli M, et al. Directionlets: anisotropic multi-directional representation with separable filtering [J]. IEEE Trans on Image Proc, 2006,15(7): 1916-1933.
- [7] 孙文方,赵亦工,宋蓓蓓.基于第二代 Bandelets 变换的静止图像压缩[J].西安交通大学学报,2006,40 (8): 950-954.
Sun Wenfang, Zhao Yigong, Song Beibei. Still image compression based on the second generation Bandelets transform [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(8): 950-954.
- [8] Taubman D. High performance scalable image compression with EBCOT [J]. IEEE Trans on Image Proc, 2000, 9(7): 1158-1170.
- [9] 宋蓓蓓,许录平,孙文方.一种基于小波的 Contourlet 变换的图像压缩算法[J].西安交通大学学报,2007, 41(4): 479-483.
Song Beibei, Xu Luping, Sun Wenfang. Image compression algorithm using wavelet-based Contourlet transform [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2007,41(4): 479-483.

(编辑 刘杨)